第 16 講　最大・最小の応用，方程式・不等式への応用

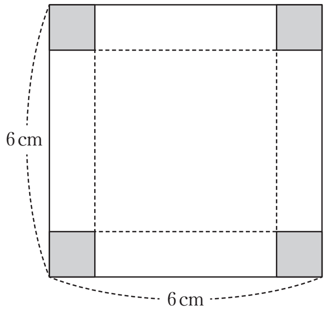
PART1　関数の最大・最小の応用

例題

1 辺の長さが 6cm の正方形の厚紙がある。この紙の四隅から同じ大きさの正方形を切り取り，残りの紙を折り曲げて容器を作る。切り取る正方形の 1 辺を $x$cm，容器の容積を $y$cm^3 とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。また，x のとりうる値の範囲を求めよ。

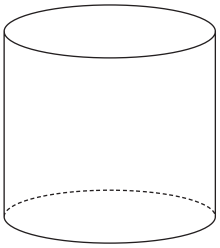
(2)　y を最大にする x の値と，そのときの y の値を求めよ。



Point Pickup

練習

底面の直径と高さの和が 24cm である直円柱がある。底面の半径を $x\text{cm}$，直円柱の体積を $y\text{cm}^3$ とするとき，次の問いに答えよ。

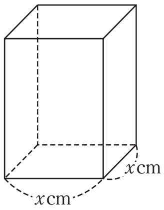


(1)　y を x の式で表せ。また，x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　y を最大にする x の値と，そのときの y の値を求めよ。

第16講　PART1 確認問題

底面が正方形で，縦，横，高さそれぞれ1辺の長さの和が12cmである正四角柱について，底面の正方形の1辺を$x$cm，正四角柱の体積を$y$cm^{3}とする。



1　yをxの式で表すと

$$y = \boxed{アイ}x^3 + \boxed{ウエ}x^2$$

であり，xのとりうる値の範囲は

$$\boxed{オ} < x < \boxed{カ}$$

である。

2　yを最大にするxの値と，そのときのyの値を求めると

$$x = \boxed{キ},\ y = \boxed{クケ}$$

となる。

第 16 講　最大・最小の応用，方程式・不等式への応用

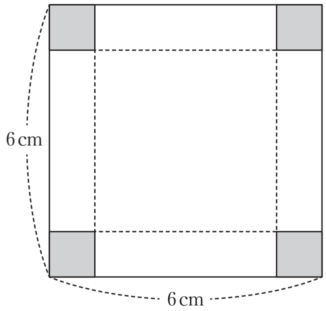
PART1　関数の最大・最小の応用

例題

1 辺の長さが 6cm の正方形の厚紙がある。この紙の四隅から同じ大きさの正方形を切り取り，残りの紙を折り曲げて容器を作る。切り取る正方形の 1 辺を $x$cm，容器の容積を $y\text{cm}^3$ とするとき，次の問いに答えよ。

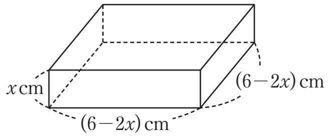
(1)　y を x の式で表せ。また, x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　y を最大にする x の値と，そのときの y の値を求めよ。



(1)　$y=(6-2x)^2x=4x^3-24x^2+36x$

また，$x>0$，$6-2x>0$ より，x のとりうる値の範囲は　$0<x<3$

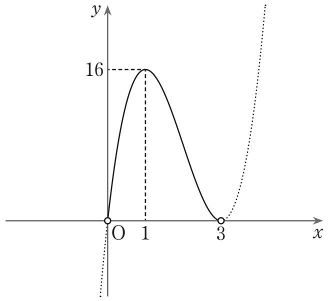


(2)　$y'=12x^2-48x+36=12(x-1)(x-3)$

区間 $0<x<3$ における y の増減表は以下。

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	16	↘	

よって，$x=1$ のとき，y は最大値 16 をとる。

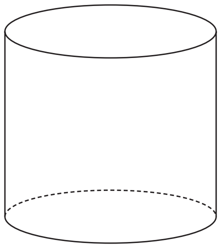


練習

底面の直径と高さの和が 24cm である直円柱がある。底面の半径を $x$cm，直円柱の体積を $y$cm^3 とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。また, x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　y を最大にする x の値と，そのときの y の値を求めよ。



(1)　$y=\pi x^2(24-2x)=-2\pi x^3+24\pi x^2$

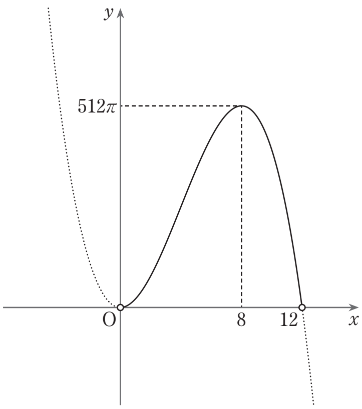
また，$x>0$，$24-2x>0$ より，x のとりうる値の範囲は　$0<x<12$

(2)　$y'=-6\pi x^2+48\pi x=-6\pi x(x-8)$

区間 $0<x<12$ における y の増減表は以下。

x	0	$\cdots$	8	$\cdots$	12
y'	／	$+$	0	$-$	／
y	／	↗	512π	↘	／

よって，$x=8$ のとき，y は最大値 512π をとる。



第16講 PART1 確認問題 解答

1

[正解] アイ：−2，ウエ：12，オ：0，カ：6

[解説]

この正四角柱の縦，横，高さそれぞれ1辺の長さの和が12cmであり，縦と横の長さはそれぞれ$x$cmであるから，高さは

$$12-(x+x)=12-2x$$

よって，この正四角柱の体積は

$$y=x\cdot x\cdot(12-2x)$$ [A]

$$=\boldsymbol{-2x^3+12x^2}$$

また，$x>0$，$12-2x>0$ より，xのとりうる値の範囲は [B]

$$\boldsymbol{0<x<6}$$

[A] 立体の体積を，xを用いて表す。

[B] (辺の長さ)>0であることから，xのとりうる値の範囲を求める。

2

[正解] キ：4，クケ：64

[解説]

この正四角柱の体積は

$$y=-2x^3+12x^2 \quad (0<x<6)$$

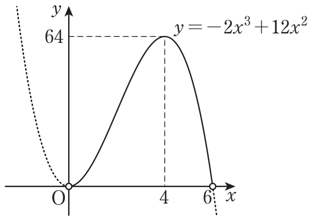
と表されるから

$$y'=-6x^2+24x=-6x(x-4)$$

区間 $0<x<6$ におけるyの増減表は以下のようになる。 [C]

x	0	$\cdots$	4	$\cdots$	6
y'	／	$+$	0	$-$	／
y	／	↗	64	↘	／

よって，$\boldsymbol{x=4}$ のとき yは最大値**64**をとる。



[C] 定義域における増減を調べ，yが最大となるxの値を求める。